

Eesti LXVII matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
9.jaanuaril 2020.a. Tallinnas
X klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Ühe poe kõik püsikliendid saavad 15% soodustust iga ostetud kauba pealt. Kui kaup ostab püsiklient, siis teenib pood kasumit 19% kauba sisseostu hinnast. Mitu protsenti kasumit teenib pood, kui kaup ostab tavaline ostja ilma soodustuseta?
2. Leia kõik täisarvulised a väärtused, mille korral võrranditel $2x^2 - ax + 1 = 0$ ja $x^2 - 4x + a = 0$ on üks ühine lahend.
3. Matemaatikahuviline Mihkel uurib kera raadiusega R . Milline on maksimaalne kuubi serva pikkus, et kaks ühesugust kuupi mahuksid selle kera sisse?
4. Laua peal on hunnikus 2020 käbi. Matemaatikahuviline Toomas võtab hunnikust käbisid ära selliselt, et iga käiguga võetud käbide arv on arvu 2020 tegur. Mis on minimaalne käikude arv, mis kulub Toomasel 2019 käbi eemaldamiseks?
5. Iga käigu korral liigub male ratsu järgmiselt: kahe ruudu võrra vertikaalselt ja ühe ruudu võrra horisontaalselt või ühe ruudu võrra vertikaalselt ja kahe ruudu võrra horisontaalselt. Mänguväli on ristkülik mõõtudega 2×2020 , mille suvalises ruudus seisab male ratsu. Liikudes kirjeldatud reegli alusel (ja mänguvälja piiridest mitte väljudes) saab ta jõuda mingitesse teistesse, aga mitte igasse ruutu. Mis on vähim ruutude arv, mida tuleb väljakule lisada, et ratsul oleks võimalik saada ükskõik millisest väljaku ruudust ükskõik millisesse väljaku ruutu? (Ruudu lisamine toimub selliselt, et ta omaks ühist külge mänguväljal juba oleva ruuduga. Lisada võib ükskõik kui palju ruute ning saadud väljak ei pea olema ristküliku kujuga).